

**成果1**：慣れ親しんだマクロな流体现象でもミクロな力学世界で記述しようとするすると驚異に満ちていることが分かる。その繋がりを理解することで、マクロな非平衡系に対する新しい知見を得ることになる。ここで、マクロとミクロの繋がりの鍵が非平衡ゆらぎである。

例えば、水の中をゆっくりと落下する小さな玉の運動を考えよう。速度が十分に小さいとき、玉に働く力は、重力、浮力、抵抗力であり、これらが釣り合うことで定常沈降速度が決まる。ここで、抵抗力は速度に比例し、比例定数は摩擦係数とよばれる。マクロ世界の法則の重要な結果として、この摩擦係数が流体方程式の解によってあらわされる。実際、流体方程式を適切な境界条件で解くことにより、摩擦係数が粘性係数および玉の半径に比例することが分かる。この結果は19世紀中頃に得られた。

この単純な現象を「非平衡ゆらぎ」を介して捉えよう。まず、摩擦係数は平衡状態において玉に働く力の時間平均のゆらぎ強度（分散に平均時間をかけたもの）で決まる。これは20世紀に確立した線形応答理論の例である。流体が玉に及ぼす力は玉の表面に及ぼす応力の表面積分でかけるので、表面上の応力の相関距離がミクロレベルに留まるなら、中心極限定理により、玉に働く力の時間平均の分散は、玉の表面積に比例する。これは、摩擦抵抗が表面積に比例するという結論を導く。実際、希薄気体中にある玉の摩擦係数は玉の表面積に比例することが知られている。しかし、この考察により、ストークス抵抗が圧倒的に不思議に見えてくる。ゆらぎの分散の領域依存性について中心極限定理面積則から半径則へと次元がひとつ下がるくらいにゆらぎが異常なまでに抑えられているのである。

異常性は次のように理解できた。まず、バルク領域では、マクロだが小さい領域で時空間平均された応力（以下マクロ応力）は中心極限定理に従うと考え、ガウス分布に従うと仮定する。このときの分散は、線形応答理論により、粘性係数を使って表現される。このバルクにおける正常なゆらぎと表面における異常なゆらぎを結びつけばよいことになる。ここで鍵となるのが大偏差理論（ゆらぎの熱力学形式）である。本研究課題のテクニカルな部分の中心に位置する理論を使う。ゆらぎの性質を大偏差理論にまで昇華することにより、バルクと境界の関係を明晰に議論することができる。

具体的には、大偏差関数の多変数の確率密度からある変数を積分することで残された変数の確率密度が求まるが、そこに大偏差性質があれば大偏差関数同士が変分関係で結ばれる、というコントラクションという考え方をを用いる。その際、玉の表面（バルクの境界）でマクロ応力のゆらぎが抑制されるためには、マクロ応力のゆらぎが局所保存則をみたす必要がある。つまり、このスケールの記述ではゆらぎの範囲でも常に力のバランスが成り立っていると仮定する。この仮定はミクロレベルから完全に導出されたわけではない。むしろ、理論的には、この局所保存則があるからこそ、表面でのゆらぎが異常なまでに抑制されるということが分かった、ということになる。実際、この仮定のもとで、ストークスによる摩擦抵抗は係数も含めて完全に再現される。よく知られた結果を、非平衡ゆらぎに対する熱力学形式に

よって、全く違う筋書きで理解されたことになる。

以上の結果は、文献(1)として出版された。この結果を非平衡環境へ適用するだけでなく、ゆらぎのバルク/境界の関係という視点から研究をさらにすすめたい。

**成果2** : アクティブな非平衡環境下におけるゆらぎについて、昨年度見出した「軌道のレプリカ対称性の破れ」という新しい概念については、文献(2)として出版された。スピングラスの平衡統計力学で見出された概念である「レプリカ対称性の破れ」がゆらぎ（時系列）の熱力学形式を介して非平衡ゆらぎの分類に適用されたことになる。現在、この分類をさらにすすめている。

**成果3** : 熱力学の主演はエントロピーである。エントロピーには様々な定義や特徴づけがあるが、操作される系の対称性に付随するネーター不変量としてエントロピーが一意に特徴づけられることが明らかになった。ブラックホールエントロピーについてはこのような定式化が知られていたが、熱力学エントロピーに対しても同様な定式化がされたことになる。ここで、対称性とは、「熱力学過程と整合する軌道」というクラスの軌道に限定して時間の非一様な変換  $t \rightarrow t + \eta \hbar \beta$  ( $\eta$ は無限小パラメータ) に対する作用の（全微分の不定性を残した）不変性である。古典力学系に対して古典統計力学を前提にして理論を定式化しているにも関わらず、その変換に「作用の次元を持つ普遍定数」が関わるということが帰結される。それはプランク定数に他ならないが、量子論との関わりについて現在研究中である。この結果は、文献(3)として公開されている。

**成果4** : 非平衡に拡張されたエントロピーとして、非平衡定常系に操作を施した際に入出力する過剰熱とつながる熱力学量が提案されている。具体的かつ標準的性質の非平衡定常系でこのエントロピーを決定しその諸性質を熱力学的視点から吟味することを目標に掲げ、フーリエ則を満たす次元熱伝導系を調べ、その模型に対しては以下のような基本性質を持つことがわかった。(i)非平衡に駆動する系の両端の温度を固定した場合、系の大きさに比例する。(ii)系の定常熱流が変化しないようにして系を半分に分割すると、相加性を示す。(iii)局所平衡仮説に則って決定したエントロピーと一致する。以上の結果より、拡張されたエントロピーは示量性と相加性を兼ね備えているので、一見したところ、熱力学の拡張は容易に思える。しかし、相加性と示量性をもたらす条件が異なっており、熱平衡系のように両者を等価なものとして扱えない。非平衡定常熱力学の構築はそれほど簡単ではなさそうである。以上の結果は文献(4)として公開した。

#### 参考文献 :

- (1) M. Itami and S.-i. Sasa, *J. Stat. Phys.* **161**, 532-552 (2015).
- (2) M. Ueda and S.-i. Sasa, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 080605/1-5 (2015).
- (3) S.-i. Sasa and Y. Yokokura, *arXiv*:1509.08943
- (4) Y. Chiba and N. Nakagawa, *arXiv*:1510.01016